

10. Matematiniai žaidimai. A dalis

Įvadas

Žaidimų (arba lošimų) teorija kaip matematikos sritis analizuoja strategijas pačiose įvairiausiose situacijose. Ji ypač svarbi ekonomikoje, tačiau taip pat gali būti naudojama politikoje, psichologijoje ar filosofijoje. Pavyzdžiui, vienas iš 1994 metų Nobelio ekonomikos premijos laureatų buvo matematikas Johnas Nashas, 1950-aisiais savo daktaro disertacijoje padėjęs pamatus žaidimų teorijai (kai ją gynėsi, jam tebuvo 21 metai). 2005 metų Nobelio ekonomikos premija skirta Izraelio ir JAV mokslininkams, aprašiusiems konfliktus ir bendradarbiavimą naudojant žaidimo teorijos metodus. Taigi žaidimai nėra lengvabūdiškas ir nereikšmingas laiko leidimo būdas – matematikai juos paverčia svarbiais atradimais. Beje, šie trys matematikai, anaipol, nėra vieninteliai, gavę Nobelio ekonomikos premijas (taigi neteisūs tie, kurie sako, kad matematikams nėra šansų gauti šią premiją).

Be abejo, už čia pateiktų uždavinių sprendimą Nobelio premijos negausite, ir į rimtus žaidimų teorijos uždavinius jie dar nelabai panašūs, tačiau pati *geriausios strategijos paieškos* idėja čia bus svarbi.

Paprastai matematinių žaidimų esmė yra tokia: yra tam tikros žaidimo taisyklės (koks gali būti ėjimas); dažniausiai du (kartai gali būti ir vienas arba daugiau nei du) žaidėjai ar žaidėjų grupės, kurie pakaitomis daro ėjimus. Reikia rasti (arba bent jau įrodyti, kad egzistuoja arba neegzistuoja) tokią žaidimo strategiją, kuri pirmam arba antram pradedančiam užtikrina laimėjimą, nesvarbu, kaip protingai bežaistų kitas žaidėjas.

Pagrindiniai metodai ar būdai, padedantys surasti tokią strategiją nesudėtinguose uždaviniuose, gali būti šie:

- Ėjimas „nuo galo“, siekiant atsidurti galutinį pergalingą žingsnį užtikrinančioje pozicijoje, kokia turėtų būti pergalinga pozicija prieš tai ir t. t.
- Visų galimų variantų perrinkimas. Aišku, toks metodas veikia tik tada, kai variantų nėra itin daug. Pavyzdžiui, galite nesunkiai perrinkti tradicinio žaidimo „Kryžiukai ir nuliukai“ variantus tam, kad įsitikintumėte, jog neegzistuoja pergalinga strategija šiam žaidimui, jeigu abu žaidėjai žaidžia protingai. Beje, kartais naudinga pažaisti tuos žaidimus su draugu, kad pajustumėte žaidimą ar pastebėtumėte dėsniumus. Svarbu atsiminti tai, kad jeigu pavyks nors ir dešimt kartų iš eilės laimėti žaidimą, dar nereiškia, jog radote pergalingą strategiją ar išsprendėte uždavinį. Gal Jums tiesiog pasisekė arba Jūsų žaidimo partneris nežino, kaip protingai žaisti. Pergalinga strategija reiškia užtikrintą laimėjimą, nesvarbu, koks būtų priešininko ėjimas.
- Simetrija. Ne visada akivaizdu, kur galima ją įžvelgti, tad sunkiausia uždavinio sprendimo dalis ir gali būti surasti arba sukonstruoti tokią simetriją, kuri leistų, pavyzdžiui, simetriškai kartoti priešininko ėjimus, užsitikrinant pergalę (dažnai žaidime pralaimi tas, kuris jau neturi ėjimo, o jei galite simetriškai kartoti priešininko ėjimus, vadinasi, jis pirmasis ir liks be ėjimo).

Kūrybingai taikydami šiuos metodus, nesunkiai išspręsite uždavinius. Atkreipkite dėmesį į pateiktą pavyzdį.

10. Matematiniai žaidimai. A dalis

Kaip spręsti?

Žaidime „Kas pirmas pasakys skaičių 100?“ dalyvauja du žaidėjai. Pirmas pasako bet kurį sveiką skaičių nuo 1 iki 9 imtinai. Antras prideda prie pasakyto bet kurį patinkantį sveiką skaičių nuo 1 iki 9 ir pasako sumą. Prie šios sumos pirmas vėl prideda bet kurį sveiką skaičių nuo 1 iki 9, pasako naują sumą ir t. t. Laimi tas, kuris pirmas pasakys skaičių 100. Šiame žaidime pirmas žaidėjas visada praloš, jei tik jo priešininkas atskleis vieną paslaptį. Kokia tai paslaptis, lemianti pergalę antram žaidėjui?

Sprendimas

Pabandykime spręsti „nuo galo“: kokį skaičių turiu pasakyti prieš 100, kad kokį skaičių bepasirinktų mano priešininkas, aš kitu ėjimu galėčiau sau užsitikrinti pergalę? Akivaizdu, jei pasakysiu 90, kokį skaičių nuo 1 iki 9 bepridėtų mano priešininkas, visada galėsiu pridėti tiek, kad pasiekčiau 100 (jei pasirinksi 1, pridėsiu 9; jei 2 – 8, jei 3 – 7 ir t. t.). Taigi, jei užsitikrinsiu sau 90, laimėsiu. Tada tereikia pažiūrėti, kaip užsitikrinti 90. Analogiškai samprotaujant tam reikia prieš tai „turėti“ 80, dar anksčiau 70, 60, 50, 40, 30, 20 ir 10. Kad būtų 10, gali užtikrinti antras žaidėjas – kokį skaičių pirmu ėjimu bepasakytų pirmas, antras gali pridėti tiek, kad gautų 10.

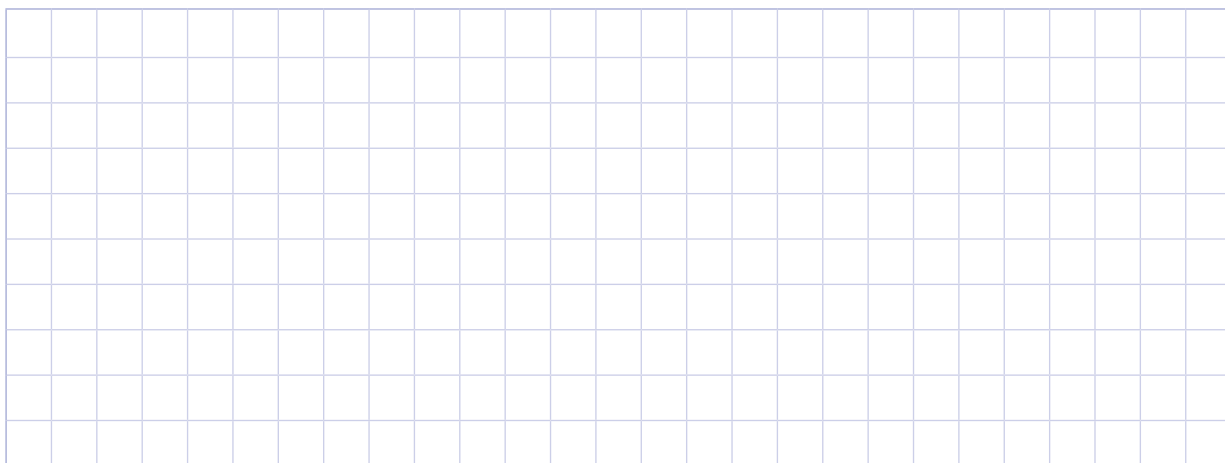
O dabar pažaiskite patys!

Uždaviniai

1. Dviese žaidžia „kryžiukais ir nuliukais“ lentoje 3×3 , kiek pakeitę įprastas taisykles: kiekvienas žaidėjas savo ėjimu gali pažymėti tiek „kryžiuką“, tiek „nuliuką“ (aišku, vieną iš jų kiekvieną kartą). Laimi tas, po kurio ėjimo susidaro trys iš eilės einantys vienodi ženkliai (vertikaliai, horizontaliai arba įstrižai – kaip ir įprastame žaidime). Kas laimės šiame žaidime, jei žais protingai?

10. Matematiniai žaidimai. A dalis

5. Yra dvi krūvelės po 10 akmenukų. Dviese paeiliui ima akmenukus iš kurios nors krūvelės (nebūtinai kiekvieną kartą iš tos pačios). Laimi tas, kuris paima paskutinį akmenuką. Kurio iš žaidėjų strategija bus pergalinga? Nurodykite ją.



6. Du žaidėjai žaidžia degtukais. Degtukus jie ima paeiliui iš dviejų dėžučių. Kiekvienas žaidėjas gali paimti bet kokį skaičių degtukų iš bet kurios vienos dėžutės. Vienoje dėžutėje yra 73 degtukai, kitoje – 56. Laimi tas, kuris paskutinis paima paskutinius degtukus. Kaip turi žaisti pirmas žaidėjas, kad laimėtų?

