

Įvadas

Klasikinė ir viena aiškiausių formuluočių

Jeigu šešis zuikius turime patalpinti į penkis narvelius, tai bent viename narvelyje bus ne mažiau kaip du zuikiai.

Apibendrintai

Jei į n narvelių turime patalpinti $(n \cdot k + 1)$ zuikį, tai bent viename narvelyje atsидurs ne mažiau kaip $k + 1$ zuikis.

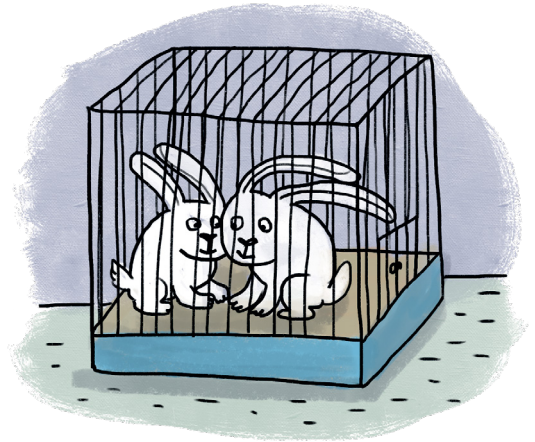
Pastaba

Spręsdami uždavinius pagal Dirichlė metodą, negalime pasakyti, kuriame būtent „narvelyje“ tupės tie du „zuikiai“, todėl šis metodas iš esmės naudotinas egzistavimui įrodyti. Tačiau tų įrodymų gali būti daug ir įvairių.

Strategija

- I. Išsiaiškinkite, kas yra „zuikiai“ – tai, ko bent keli turi turėti kokią nors tą pačią savybę.
- II. Susikurkite „narvelius“. Reikia užtikrinti du dalykus: pirma, turi būti mažiau „narvelių“ nei „zuikių“; antra, jei į „narvelį“ paklius bent du „zuikiai“, gausite tai, ko norite.
- III. Raskite taisyklę, pagal kurią priskirsite „zuikius“ į „narvelius“. Kartais ne taip paprasta pritaikyti tinkamą taisyklę.

Štai keli elementarūs Dirichlė principo taikymo pavyzdžiai.



Kaip spręsti?

1 pavyzdys

Įrodykite, kad bet kurioje 13 žmonių grupėje atsiras bent du, kurie gimė tą patį mėnesį.

Atsakymas / sprendimas

Kadangi „zuikių“ (žmonių) yra 13, o „narvelių“ (mėnesių) – tik 12, tai įrodymas akivaizdus – kaip bepriskirtume žmones mėnesiams, bent vienam mėnesiui teks priskirti bent du žmones.

2 pavyzdys

Įrodykite, kad iš bet kurių trijų natūraliųjų skaičių galima išrinkti du, kurių suma dalytųsi iš 2.

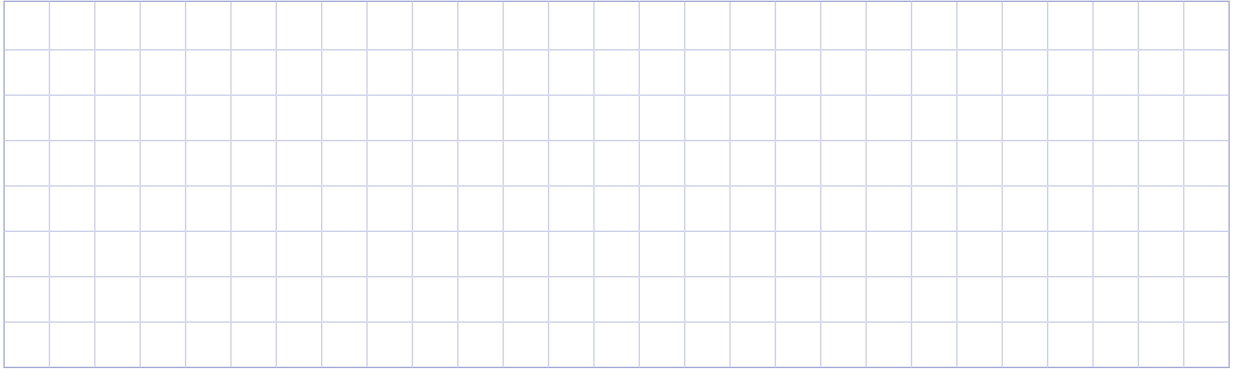
Atsakymas / sprendimas

Visus natūraliuosius skaičius galima suskirstyti į dvi grupes: lyginius ir nelyginius. Taigi „narveliai“ šiuo atveju yra lyginumas. Jei turime bet kokius tris natūraliuosius skaičius, tai bent du iš jų priklausys kuriam nors vienam „narveliui“ – lyginiam arba nelyginiam skaičiams. Bet koku atveju jų suma bus lyginė (sudėję du lyginius arba du nelyginius skaičius, gauname lyginį skaičių). Taigi įrodyta.

14.

Dirichlė principas (šeši zuikiai penkiuose narveliuose).
B dalis

5. Vienetiniame kvadrato yra 51 taškas. Įrodykite, kad kokius nors tris iš jų galima padengti apskritimu, kurio spindulys lygus $\frac{1}{7}$.



6. Stačiakampyje, kurio matmenys 3×4 , yra 6 taškai. Įrodykite, kad tarp jų atsiras 2 taškai, tarp kurių atstumas bus ne didesnis už $\sqrt{5}$.



7. Plokštumoje duoti 25 taškai. Be to, tarp bet kurių 3 iš jų atsiras 2 tokie, tarp kurių atstumas bus mažesnis už 1. Įrodykite, kad egzistuoja apskritimas su spinduliu, kurio viduje bus ne mažiau 13 šių taškų.

