

19. Svėrimai. C dalis

Įvadas

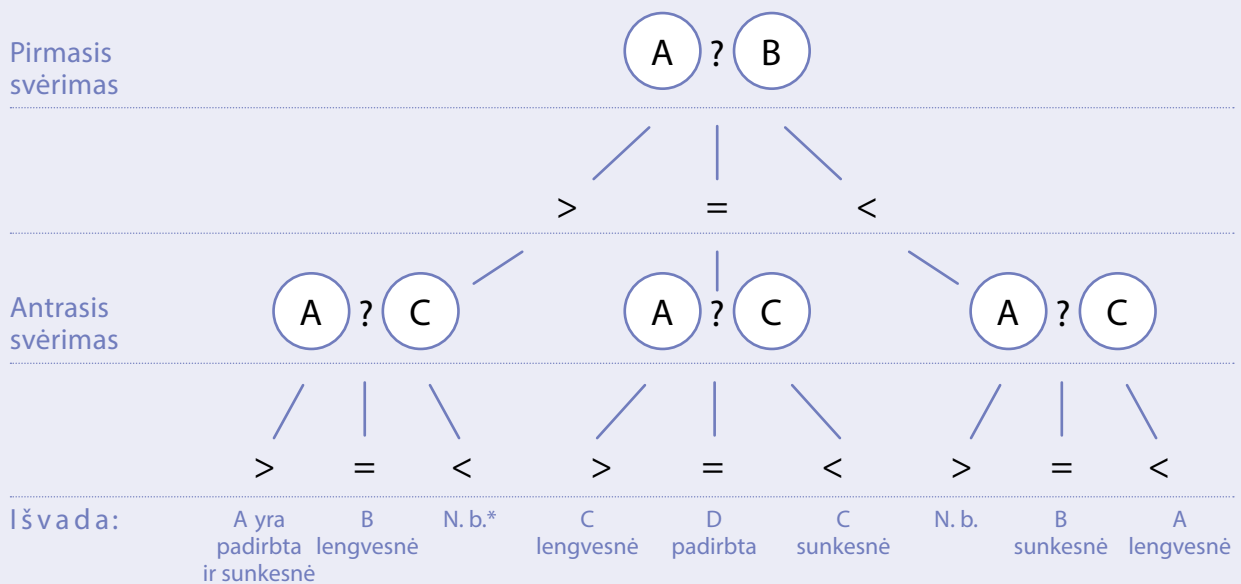
„Tikrų ir padirbtų monetų“ dalyje dažną uždavinį verta pradėti perrenkant visus įmanomus svėrimus „1 moneta su viena“ bei „2 monetos su dviem“. Jei reikia daugiau nei 1 svėrimo, verta pamąstyti, ar daugiau sužinosite sverdami dar visai nesvertas monetas, ar naudodami vieną iš jau svertų, o kitą – iš dar nesvertų.

Uždavinių sprendimus patogų vaizduoti kaip galimybių medžius arba lenteles – taip sutaupoma daug laiko, o sprendimas tampa vaizdesnis. Štai kaip galėtų būti pavaizduotas tokio uždavinio sprendimas:

„Tarp 4 monetų viena yra padirbta. Nėra žinoma, ji sunkesnė ar lengvesnė. Kaip sveriant du kartus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti, kuri iš jų padirbta? (Nebūtina nustatyti, sunkesnė ji ar lengvesnė).“

Kaip spręsti?

Sprendimą galima pavaizduoti schemiškai.
Pažymime monetas raidėmis A, B, C, D.



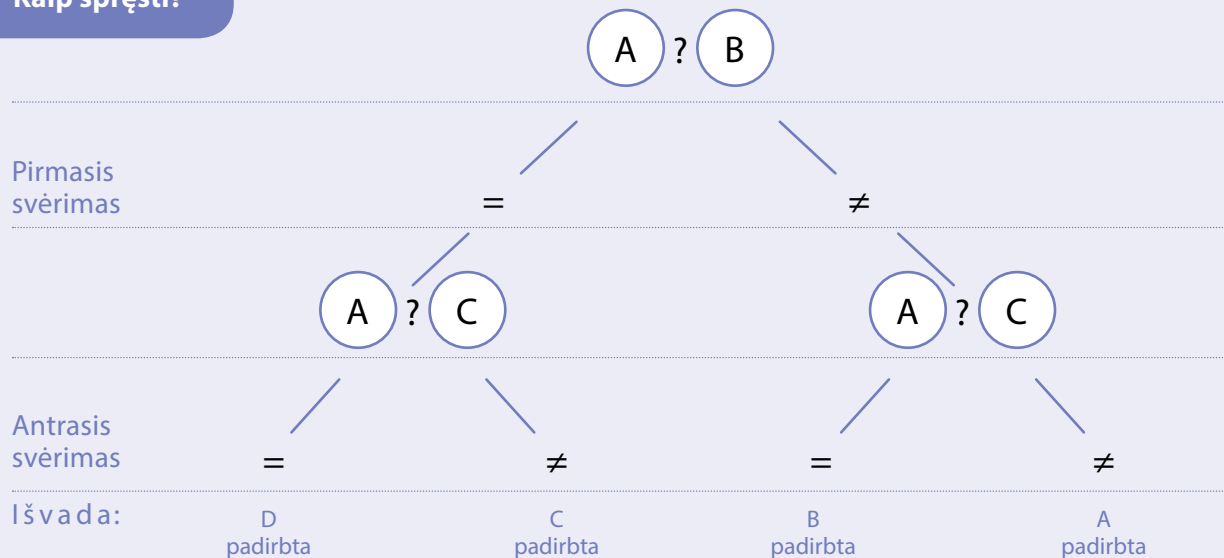
* N. b. – negali būti.

Matome, kad šioje schemoje yra atšakų, kurių būti negali, taip pat yra tokių, kuriose paaiškėja ne tik kuri moneta yra padirbta, bet ir sunkesnė ji ar lengvesnė.

Kadangi sąlygoje neprašo nustatyti, padirbtoji sunkesnė ar lengvesnė (be to, kai kuriais atvejais tai ir nepavyksta), galime supaprastinti schemą.

19. Svėrimai. C dalis

Kaip spręsti?



Atkreipkite dėmesį, kad antrasis svėrimas atliekamas nepriklausomai nuo pirmo svėrimo baigties. Tuomet visą schemą ($A ? B$ ir $A ? C$) galime pavaizduoti lentelę.

$A ? B$	$A ? C$	Išvada
=	=	D padirbta
=	≠	C padirbta
≠	=	B padirbta
≠	≠	A padirbta

Uždaviniai

1. Senoviam antpilui nuo kosulio reikia 80 g džiovintų šalavijų, 81 g medetkų ir 82 g čiobrelčių. Žolininkė svarstyklėmis pasvėrė visas šias žoleles, naudodamasi trimis svareliais. Be to, svarelius visada dėjo ant kairiosios, o žoleles – ant dešinėsios svarstyklių pusės. Kiek gali būti skirtingų svarelių komplektų, kad kiekvienas svarelis svertų mažiau nei 70 g?

19. Svėrimai. C dalis

2. Prekeivis turi 13 arbūzų ir svarstyklės, kuriomis galima sužinoti bendrą bet kurių 2 arbūzų masę. Patarkite prekeiviui, kaip pasvėrus 8 kartus sužinoti bendrą visų arbūzų masę.
3. Turime svirtines svarstyklės ir 4 svarelius, kurių bendra masė yra 40 kg. Kokie tų svarelių svoriai, jei jais galima pasverti bet kokį sveiką kilogramų skaičių nuo 1 iki 40? (Svarsčius galima dėti ant abiejų lėkštelių.)
4. Turime svirtines svarstyklės ir norime pasverti bet kokį sveiką kilogramų skaičių nuo 1 iki 121 (svarsčius galima dėti ant abiejų lėkštelių). Kiek mažiausiai svarsčių ir kokių masių turime turėti?

19. Svėrimai. C dalis

5. Reikia išdėlioti keturis skirtingo svorio arbūzus sunkėjimo tvarka. Nurodykite, kaip tai padaryti svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių, kad pakaktų ne daugiau penkių svėrimų.
6. Turime 64 monetas, visos jos yra skirtingo svorio. Kaip ne daugiau kaip sveriant 94 kartus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti pačią lengviausią ir pačią sunkiausią iš jų?
7. Turime 32 skirtingo svorio akmenis. Įrodykite, kad užtenka atlikti 35 svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių, kad būtų išsiaiškinta, kuris iš akmenų yra sunkiausias, o kuris antras pagal sunkumą.

19. Svėrimai. C dalis

8. Apie 8 išoriškai vienodus svarelius yra žinoma, kad jie sveria 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ir 8 g. Kas turėtų būti padėta ant svirtinių svarstyklių, kad matydami šio svėrimo baigtį (pusiausvyra ar kurios nors pusės pranašumas) galėtumėte **vienareikšmiškai** nustatyti bent vieno iš svarelių masę? (Svėrime negali būti naudojami jokie papildomi daiktai ar svareliai.)

9. Turime devynis maišus, ant kiekvieno užrašyta jo masė: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 kg. Aštuonių maišų masė nurodyta teisingai, o vieno – ne: iš tiesų jis yra 1 kg sunkesnis.

Ar įmanoma atlikus du svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti, kuris iš maišų sveria daugiau, nei ant jo užrašyta?

10. Turime 555 svarelius, kurių masės yra 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, ..., 554 g, 555 g. Kaip juos sugrupuoti į tris vienodos masės krūveles, kad kiekvienoje būtų po lygiai svarelių?

19. Svėrimai. C dalis

11. Nuskilo ir pasimetė vienos svarstyklių lėkštelės gabaliukas, tad svarstyklės tapo netikslios. Kaip turint maišą cukraus ir 1 kg svarmenį pasverti lygiai 1 kg cukraus?
12. Vilandas į stovyklą atsivežė žibintuvėlį ir penkis maitinimo elementus. Visi penki atrodo vienodai, bet trys iš jų nenaudoti, o du – išsikrovę. Vaikinas gali į žibintuvėlį įdėti du elementus ir, jei jie abu nauji, žibintuvėlis degs. Kaip jam atlikus tris tokius bandymus nustatyti bent du gerus elementus?
13. Turime šešis svarelius, ant kurių užrašytas jų svoris: 1, 2, 3, 4, 5 ir 6 gramai. Kilo įtarimas, kad per klaidą du užrašai ant svarelių galėjo būti sukeisti vietomis. Kokie du svėrimai svirtinėmis svarstyklėmis leistų įsitikinti, kad tokia klaida neįvyko?

19. Svėrimai. C dalis

14. Tarp vienuolikos vienodai atrodančių rutulių 2 yra labai radioaktyvūs. Radiacijos matuoklis, priartintas prie bet kurio rutulių rinkinio, kuriame yra bent 1 radioaktyvus rutulys, rodo maksimalią radiacijos vertę. Todėl neįmanoma nustatyti, kiek radioaktyvių rutulių tame rinkinyje yra. Kelių patikrinimų šiuo radiacijos matuokliu pakanka, kad būtų nustatyti abu radioaktyvūs rutuliai? (**Būtinai nurodykite**, kuriuos rutulius kokia tvarka pasirenkate tikrinti ir ką iš to nustatote.)

15. Keturios išoriškai vienodos monetos sveria 1, 2, 3 ir 4 g. Ar galima atlikus 4 svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių sužinoti, kiek kuri sveria?

19. Svėrimai. C dalis

Tikros ir padirbtos monetos

1. a) Kaip, turint 27 monetas, iš kurių viena padirbta ir sveria mažiau nei tikrosios, atlikus tris svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti padirbtąją?
b) Kaip, turint 81 monetą, iš kurių viena padirbta ir sveria mažiau nei tikrosios, atlikus keturis svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti padirbtąją?

2. Yra du maišeliai vienodai atrodančių monetų: viename tikros, kitame – padirbtos, lengvesnės už tikrąsias. Be to, visos tikros, kaip ir visos padirbtos, tarpusavyje sveria vienodai. Iš tų maišelių paimtos keturios monetos ir išdėliotos eilute. Tarp jų būtinai yra bent viena padirbta ir bent viena tikra. Be to, bet kuri tikra moneta guli kairiau už bet kurią padirbtą monetą. Kaip atlikus vieną svėrimą svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti kiekvienos iš tų 4 monetų tipą?

3. Septynios vienodai atrodančios monetos išdėliotos ratu. Kažkurios keturios iš eilės einančios yra padirbtos (jos tarpusavyje sveria vienodai, bet kiekviena iš jų yra lengvesnė už tikrą monetą; tikros monetos tarpusavyje sveria vienodai). Nurodykite, kaip atlikus vieną svėrimą svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti dvi padirbtas monetas.

19. Svėrimai. C dalis

4. Turime 13 vienodai atrodančių monetų, tarp kurių viena padirbta. Jos svoris skiriasi. Kaip atlikus du svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti, ji lengvesnė ar sunkesnė (pačios monetos nustatyti nebūtina).

5. Turime 7 išoriškai vienodas monetas, tarp kurių 5 tikros, sveriančios vienodai, ir 2 padirbtos, irgi sveriančios vienodai, bet lengvesnės už tikrąsias. Kaip atlikus du svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti 3 tikrąsias monetas?

19. Svėrimai. C dalis

6. Turime 5 monetas, iš kurių trys yra tikros ir sveria vienodai, viena – padirbta, lengvesnė nei tikra, o paskutinioji – padirbta, sunkesnė nei tikrosios. Kaip atlikus tris svėrimus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti abi padirbtąsias?

7. Turime svirtines svarstyklas be svarelių ir 6 monetas, iš kurių dvi padirbtos. Visos tikros monetos tarpusavyje sveria vienodai, abi padirbtos taip pat tarpusavyje sveria vienodai.

Kaip atlikus keturis svėrimus nustatyti padirbtąsias, jei nėra aišku, jos sunkesnės ar lengvesnės už tikrąsias?

19. Svėrimai. C dalis

8. Turime svirtines svarstyklės be svarelių ir 6 monetas, iš kurių dvi padirbtos. Visos tikrosios tarpusavyje sveria vienodai. Kaip atlikus tris svėrimus nustatyti abi padirbtąsias, jei tėra žinoma, jog jos sveria mažiau nei tikrosios?

9. Turime svirtines svarstyklės be svarelių ir 50 monetų, iš kurių viena padirbta ir sveria mažiau nei tikrosios. Kiek mažiausiai svėrimų prireiks atlikti, kad būtų nustatyta padirbta moneta?

10. 9 monetas išdėliotos ratu. Tarp jų yra 5 tikros ir 4 padirbtos, sunkesnės, monetas. Be to, padirbtos neguli greta viena kitos. Tikrosios sveria vienodai, padirbtosios tarpusavyje taip pat sveria vienodai. Kaip sveriant du kartus svirtinėmis svarstyklėmis be svarelių nustatyti, kurios monetas yra padirbtos?

19. Svėrimai. C dalis

11. Turime 101 monetą, tarp kurių 51 tikra bei 50 padirbtų, sveriančių 1g daugiau arba 1 g mažiau nei tikrosios (tikros sveria vienodai). Turime svirtines svarstyklas, kurių rodyklė rodo svorio skirtumą gramais. Ar galima sveriant vieną kartą nustatyti, pasirinkta moneta tikra ar ne?
12. a) Yra 10 maišų su monetomis: devyni – su tikromis monetomis, sveriančiomis po 10 g, ir vienas maišas su padirbtomis, sveriančiomis po 11 g. Kaip atlikus vieną svėrimą tiksliomis svarstyklėmis, kurios rodo masę gramais, nustatyti, kuriame maiše yra padirbtosios?
- b) Turime 10 maišų su monetomis. Keliuose maišuose yra tikros monetos, kituose – padirbtos. Kiekviena tikra moneta sveria 10 g, padirbta – 11 g. Ar pakaktų pasverti vieną kartą tiksliomis svarstyklėmis, kad būtų galima nustatyti visus maišus su netikromis monetomis?
13. Slaptasis agentas aptiko 7 guminukų dėžutes, keturiose iš jų guminukai tikri, o kitose – ne. Tikrieji sveria po 10 g, o padirbtieji – po 9 g. Kaip paimant kuo mažiau guminukų ir atliekant vieną svėrimą tiksliomis svarstyklėmis nustatyti, kuriose dėžutėse yra tikrieji guminukai?